At Right Angles

A Resource for School Mathematics

चतुर्भुज

पद्मप्रिया शिराली

Azim Premji University

A publication of Azim Premji University
together with Community Mathematics Centre,
Rishi Valley

चतुर्भुज

चतुर्भुज एक ऐसा विषय है जिसे शिक्षक द्वारा 'पढ़ाए' जाने की आवश्यकता नहीं है। एक विषय के रूप में यह चर्चा आधारित कक्षाओं के लिए पर्याप्त अवसर प्रस्तुत करता है। ज्यामिति के विषयों को सामान्यत: पड़ताल के रूप में देखा जाना चाहिए। चतुर्भुज एक ऐसा विषय है जहाँ बच्चे विभिन्न आकृतियों के गुणधर्मों को खोजने और उनके बीच सम्बन्धों को स्थापित करने के लिए आकृतियों की रचना, मापन और तुलना कर सकते हैं।

अवधारणाओं को विकसित करने और अपने विचार (reasoning) को सही ठहराने के लिए बच्चों के बीच चर्चा नितान्त आवश्यक है। पड़ताल करने वाली कक्षा का माहौल बनाने में शिक्षकों की भूमिका बदल जाती है। इसके लिए उन्हें बच्चों को सार्थक काम देने होते हैं और इस तरह एक ऐसी चर्चा शुरू होती है जो समझ बनाने और सीखने की ओर अग्रसर होती है।

आकृतियों को हाथों से या गतिशील ज्यामिति सॉफ्टवेयर (dynamic geometry software) का उपयोग करके आभासी तौर पर बनाया जा सकता है। आकृतियों के गुणधर्मों का अध्ययन किया जा सकता है और अवलोकन व प्रयोग के माध्यम से इन तक पहुँचा जा सकता है। विभिन्न गतिविधियों, जिनमें तुलना शामिल है, के माध्यम से बच्चे सूक्ष्मतर बिन्दुओं को देख सकते हैं और अपनी समझ को पुख़्ता कर सकते हैं।

यहाँ दी गई अधिकांश गतिविधियाँ जानी-मानी हैं। यहाँ पर हमारा ध्यान अच्छी चर्चा आरम्भ करने के तरीक़े खोजने और अपने विचार को साझा करने व तर्क-वितर्क (argumentation) और वर्गीकरण करने के अवसर पैदा करने पर है।

इस तरह की कक्षा में शिक्षक का प्रमुख काम होता है— पदों (terms) पर चर्चा के दौरान बच्चों का अवलोकन करना और ग़लत अवधारणाओं और शब्दावली के ग़लत उपयोग पर नज़र रखना। 'क्यों' और 'क्या आप इसके लिए उचित कारण बता सकते हैं' जैसे स्पष्ट सवाल पूछकर शिक्षक बच्चों को अपने विचार को स्पष्ट रूप से व्यक्त करने के लिए प्रोत्साहित कर सकते हैं और इस तरह किसी भी सम्भावित भ्रम को दूर कर सकते हैं।

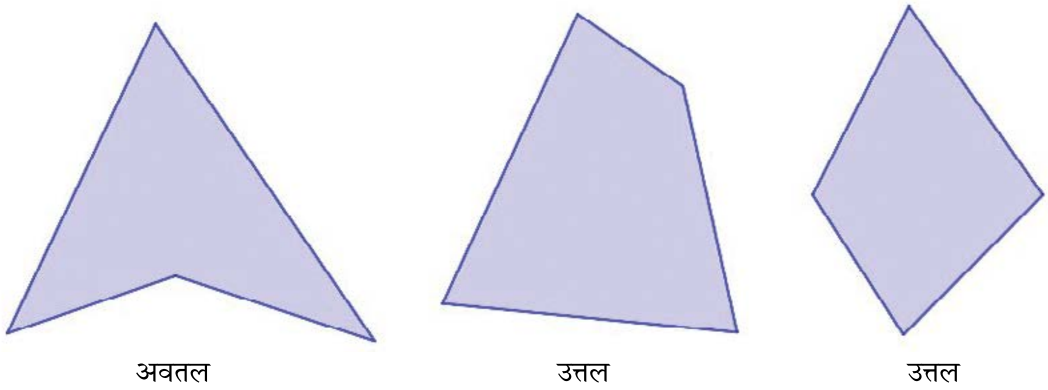
चर्चा आधारित पद्धति को अपनाने में कक्षा का व्यवस्थापन एक महत्त्वपूर्ण भूमिका निभाता है। कक्षा और मेज़ों को इस तरह से व्यवस्थित किया जा सकता है कि बच्चे सामग्री या नोट्स साझा करने और अपने निष्कर्षों की तुलना करने व चर्चा करने के लिए जोड़ियों में या तीन या चार के समूह में काम कर सकें। समूह को मिल-जुलकर काम करना होगा और यदि समूह के सदस्य अलग-अलग काम कर रहे हों या समूह में कोई एक बच्चा हावी हो रहा हो, तो शिक्षक बच्चों की मदद कर सकते हैं।

प्रत्येक कक्षा समूह प्रस्तुतियों और गतिविधि से सीखी गई चीज़ों के सुदृढ़ीकरण के साथ समाप्त हो सकती है।

इस विषय को शुरू करने के कई तरीक़े हैं; प्रत्येक की अपनी ख़ूबियाँ हैं। इसलिए, यहाँ सुझाई गई गतिविधियों का क्रम रैखिक नहीं है और शिक्षक उसे चुन सकते हैं जो उनके लिए सबसे अच्छा हो।

गतिविधियों को शुरू करने से पहले शिक्षक :

- बच्चों को बताएँ कि चतुर्भुज ऐसी आकृतियाँ हैं जिनमें चार सीधी भुजाएँ होती हैं।
- चित्रों के माध्यम से अवतल और उत्तल चतुर्भुज के बीच के अन्तर की ओर उनका ध्यान आकर्षित करें।
- बच्चों को बताने के लिए बुलेटिन बोर्ड पर सम्बन्धित चित्र के साथ विभिन्न आकृतियों के नाम पिन से लगाएँ।



चित्र-1

पूर्व ज्ञान

- कोणों को कैसे मापें; कम्पास का उपयोग कैसे करें
- कोणों के प्रकार (समकोण, न्यून कोण, अधिक कोण, ऋजु कोण, प्रतिवर्ती कोण, रैखिक युग्म, पूरक कोण, सम्पूरक कोण)
- त्रिभुजों के प्रकार (समबाहु, समद्विबाहु, समकोण)
- त्रिभुज के कोणों का योग; चार-भुजीय आकृति के कोणों का योग
- समान्तर रेखाएँ और उनके गुणधर्म
- किसी आकृति में सममित रेखाएँ

समूह गतिविधि 1

उद्देश्य : काग़ज़ पर चतुर्भुजीय आकृतियों का अनुरेखण (tracing) करना और उनके गुणधर्मों की खोज़ करना

सामग्री : चतुर्भुजीय आकृतियाँ या स्टेंसिल (प्लास्टिक, लकड़ी या गत्ते के), स्केल, चाँदा; बच्चों के प्रत्येक समूह के लिए एक सेट

बच्चे काग़ज़ पर रेखांकित करने के लिए आकृतियों को स्टैंसिल के रूप में उपयोग कर सकते हैं और फिर उन्हें काट सकते हैं।

वे इन आकृतियों के साथ प्रयोग करें, इनके यथासम्भव गुणधर्मों की खोज करें और इन गुणधर्मों को आकृतियों पर ही दर्ज करें।

(वर्ग, आयत, समचतुर्भुज, समान्तर चतुर्भुज, पतंग, समलम्ब चतुर्भुज, समद्विबाहु समलम्ब चतुर्भुज, विषम चतुर्भुज)



चित्र-2

कुछ बच्चे लम्बाई और कोण को मापने का विकल्प चुन सकते हैं। कुछ बच्चे सममित रेखाओं को खोजने के लिए आकृतियों को मोड़ सकते हैं। कुछ अन्य विकर्णों को माप सकते हैं। कुछ ऐसी विशेषताएँ भी हैं जिनका उपयोग नहीं किया जा सकता, उदाहरण के लिए, समान्तर रेखाएँ।

इस गतिविधि के बाद इस पर चर्चा की जा सकती है कि प्रत्येक समूह ने किसी विशेष आकृति के बारे में क्या देखा।

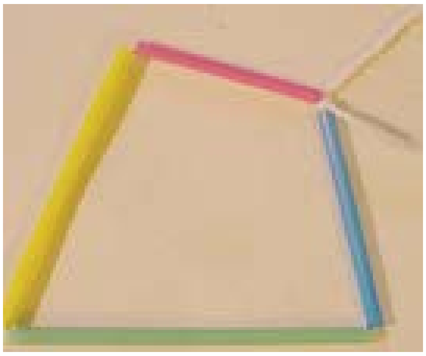
क्या कोई ऐसा गुणधर्म है जो सभी चतुर्भुजों के लिए समान है?

चूँकि यह एक प्रारम्भिक गतिविधि है, इसलिए शिक्षक को सभी गुणधर्मों की एक विस्तृत सूची बनाने का प्रयास नहीं करना चाहिए। बाद में बच्चे एक ऐसी तालिका बना सकते हैं जिसमें विभिन्न विशेषताओं के आधार पर गुणधर्मों की पूरी सूची शामिल हो।

समूह गतिविधि 2

उद्देश्य : चतुर्भुजों को बनाना और परिवर्तनों को देखना

सामग्री : स्ट्रा और धागा



चित्र-3

बच्चे स्ट्रा और धागे से एक चतुर्भुज की आकृति बना सकते हैं। वे देखेंगे कि त्रिभुज की तरह यह एक स्थिर (rigid) आकृति नहीं है।

अब उन्हें एक वर्ग की आकृति बनाने के लिए कहें। वे इस आकृति को मोड़ सकते हैं और आकृति में हुए परिवर्तन को नोटिस कर सकते हैं।

नई आकृति कौन-सी है? नई आकृति में गुणधर्म किस तरह से बदल गए हैं? भुजाओं में क्या परिवर्तन हुआ? कोण कैसे बदल गए हैं? पिछली आकृति की तुलना में नई आकृति के विकर्ण कैसे हैं? क्या वे समान हैं?

अब बच्चों से आयत बनाने के लिए कहें। उनसे कहें कि इस आकृति को मोड़ें और पिछली बार की तरह अवलोकन करें कि गुणधर्म कैसे बदलते हैं। नई आकृति क्या है? कोण कैसे बदलते हैं? क्या इस नई आकृति के विकर्ण समान माप के हैं?

स्ट्रा की नलियों को अलग-अलग कर लें। अब एक ऐसा चतुर्भुज बनाने के लिए इन्हीं चार स्ट्रा का उपयोग करें, जो समान्तर चतुर्भुज नहीं है। अब यह कौन-सी आकृति है?

बच्चों को अन्य आकृतियाँ बनाने के लिए कहें। उन्हें उनके साथ खेलने दें और जो भी उन्होंने नोटिस किया उसे दर्ज करने के लिए कहें।

क्या उत्तल चतुर्भुज को अवतल चतुर्भुज में बदला जा सकता है? क्यों? इस स्थिति में कोणों में क्या बदलाव होता है?

समूह गतिविधि 3

उद्देश्य : चतुर्भुजों में सममिति का पता लगाना

सामग्री : समूह गतिविधि 1 में बनाई गई काग़ज़ की आकृतियाँ



चित्र-4

क्या आप एक वर्ग को इस तरह मोड़ सकते हैं कि उसका एक आधा भाग दूसरे भाग पर बिल्कुल फिट हो जाए?

क्या वर्ग में प्रतिबिम्ब सममिति होती है? सममित रेखा को बिन्दुकित रेखा से दिखाएँ। ऐसी कितनी रेखाएँ हैं?

क्या आप एक आयत को इस तरह मोड़ सकते हैं कि उसका एक आधा भाग दूसरे भाग पर बिल्कुल फिट हो जाए?

क्या आयत में प्रतिबिम्ब सममिति होती है? इसे बिन्दुकित रेखा से दर्शाएँ।

क्या आप एक समान्तर चतुर्भुज को इस तरह मोड़ सकते हैं कि उसका एक आधा भाग दूसरे भाग पर बिल्कुल फिट हो जाए?

क्या समान्तर चतुर्भुज में प्रतिबिम्ब सममिति होती है? यदि हाँ, तो इसे बिन्दुकित रेखा से दर्शाएँ।

अन्य आकृतियों के लिए भी इसी तरह सममित रेखाएँ बनाएँ।

प्रत्येक समूह अपने निष्कर्षों को साझा कर सकता है और अन्य समूहों के निष्कर्षों के साथ इसकी तुलना कर सकता है।

समूह गतिविधि 4

उद्देश्य : वर्गाकार और समदूरीक बिन्दुकित काग़ज़ (square dot and isometric dot paper) पर विभिन्न प्रकार के चतुर्भुज बनाना और उनका नामकरण करना

सामग्री : वर्गाकार और समदूरीक बिन्दुकित काग़ज़

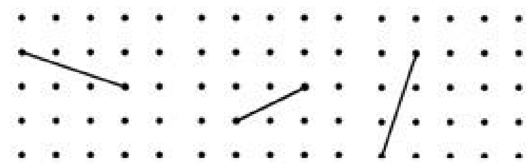
समूह के प्रत्येक बच्चे को बिन्दुकित काग़ज़ पर विभिन्न प्रकार के चतुर्भुज बनाने के लिए कहें।

वे बोर्ड पर पिन से लगाई गई आकृतियों के साथ तुलना करके अपनी आकृतियों को नाम दे सकते हैं।

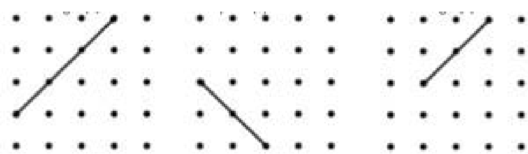
चुनौती के तौर पर शिक्षक बिन्दुकित काग़ज़ पर किसी विशिष्ट चतुर्भुज की एक रेखा खींच सकते हैं और बच्चों को वर्ग, आयत, पतंग या किसी अन्य आकृति के रूप में इसे पूरा करने के लिए कह सकते हैं।

गतिविधि के अन्त में एक समूह के सभी बच्चे अपने चित्रों की तुलना कर सकते हैं।

क्या इसके कई उत्तर हो सकते हैं? क्या अभिमुख (orientation) आकृति को प्रभावित करता है?



चित्र-5

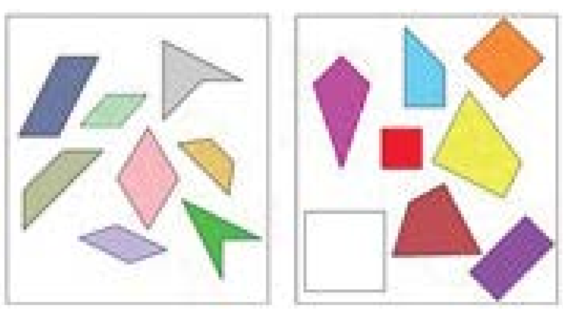


चित्र-6

समूह गतिविधि 5

उद्देश्य : एक विशेषता के आधार पर चतुर्भुजों का वर्गीकरण करना

सामग्री : अलग-अलग मापों वाली विभिन्न चतुर्भुजीय आकृतियों के कटआउट



चित्र-7

इन चित्रों में आकृतियों को जिस तरह से वर्गीकृत किया गया है, उसका आधार क्या है?

प्रत्येक समूह विभिन्न आकृतियों के संकलन का चयन कर सकता है और कुछ विशेषताओं का उपयोग करके उन्हें वर्गीकृत कर सकता है।

वर्गीकरण समान कोणों (सभी चारों कोण समान, सम्मुख कोण समान आदि) की संख्या, समान भुजाओं (सभी चारों भुजाएँ समान, सम्मुख भुजाएँ समान आदि) की संख्या, समान्तर रेखाओं की उपस्थिति, सममित रेखाओं की उपस्थिति आदि पर आधारित हो सकता है।

अन्य समूहों को उस विशेषता का पता लगाना है जिसके आधार पर आकृतियों को वर्गीकृत किया गया है।

समूह गतिविधि 6

उद्देश्य : विभिन्न चतुर्भुजों की विशेषताओं के लिए एक तालिका बनाना

सामग्री : अलग-अलग मापों वाली विभिन्न चतुर्भुजीय आकृतियों के कटआउट

बच्चों को दी गई प्रत्येक विशेषता के आधार पर उनके द्वारा देखे गए गुणधर्मों को तालिका में भरने के लिए कहें। यहाँ एक तालिका का उदाहरण दिया गया है जो विकर्ण के गुणधर्मों के आधार पर निर्मित है।

	वर्ग	आयत	समचतुर्भुज	पतंग	समलम्ब चतुर्भुज	समद्विबाहु समलम्ब चतुर्भुज	समान्तर चतुर्भुज
विकर्णों की समानता							
एक विकर्ण दूसरे को समद्विभाजित करता है।							
दोनों विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।							
दोनों विकर्ण एक-दूसरे से समकोण पर मिलते हैं।							
एक विकर्ण, कोणों को शीर्षों पर समद्विभाजित करता है।							
दोनों विकर्ण, कोणों को शीर्षों पर समद्विभाजित करते हैं।							

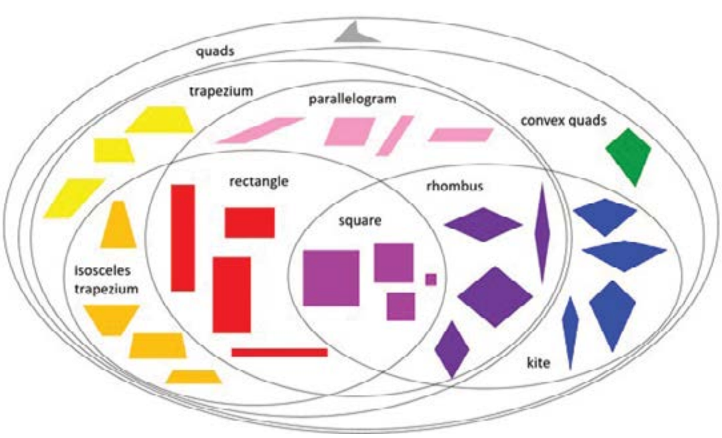
भुजाओं, कोणों, सममिति आदि जैसी विशेषताओं को शामिल करके तालिकाओं को और व्यापक बनाया जा सकता है।

समूह गतिविधि 7

उद्देश्य : एक वेन आरेख में समुच्चयों के रूप में चतुर्भुजों को दर्शाना

शर्त : वेन आरेख से परिचय

सामग्री : विभिन्न चतुर्भुजों के नाम कार्ड



चित्र-8

प्रत्येक समूह को विभिन्न प्रकार के चतुर्भुजों के सम्बन्धों को दर्शाने के लिए एक वेन आरेख तैयार करने और नाम कार्ड को उपयुक्त वृत्तों में रखने के लिए कहें। यह कोई आसान काम नहीं है और बच्चों को एक सन्तोषजनक समाधान निकालने से पहले कार्डों को पर्याप्त रूप से पुनर्व्यवस्थित करना होगा।

यदि बच्चों को इसे शुरू करने में मुश्किल हो रही हो, तो शिक्षक कुछ सूचक प्रश्न (leading question) पूछ सकते हैं। उदाहरण के लिए, कौन-सी आकृतियों का समुच्चय समान्तर चतुर्भुज के समुच्चय का एक भाग है? आप उसे कैसे दिखाएँगे? क्या कोई अन्य

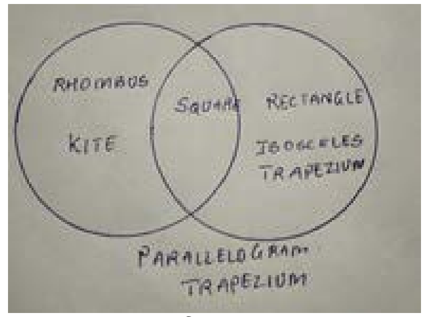
समुच्चय समान्तर चतुर्भुज के समुच्चय का हिस्सा है?

प्रत्येक समूह प्रश्न पूछने और सन्देह को दूर करने के लिए अन्य समूहों के सामने अपने आरेख प्रस्तुत कर सकता है।

क्या सभी समूहों का प्रस्तुतिकरण समान है, या अलग है? यदि कुछ आरेख अलग हैं, तो क्या बच्चे इसके पीछे का तर्क बता सकते हैं?

विस्तार के रूप में, शिक्षक किसी एक विशेषता पर आधारित वेन आरेख की प्रतियाँ दे सकते हैं। बच्चे उस विशेषता का पता लगाने की कोशिश करते हैं जो दिए गए आरेख के अनुरूप होगी।

इन समुच्चयों को बनाने के लिए किस विशेषता का उपयोग किया गया है?



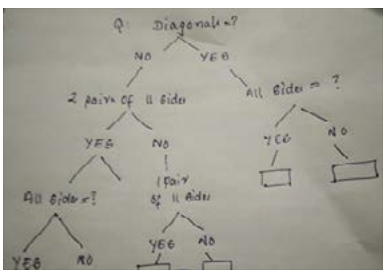
चित्र-9

बाईं ओर बने वृत्त के अन्दर की सभी आकृतियों के लिए उभयनिष्ठ गुणधर्म क्या हैं?

यदि आवश्यक हो तो शिक्षक संकेत दे सकते हैं।

समूह गतिविधि 8

उद्देश्य : वृक्ष-आरेख (Tree diagram) के माध्यम से चतुर्भुजों का वर्गीकरण करना



चित्र-10

बच्चों को हाँ/नहीं प्रश्नों वाले वृक्ष आरेख बनाने के तरीक़े सिखाए जा सकते हैं। उन्हें यह समझना चाहिए कि इसमें सभी सम्भावित आकृतियों को सम्मिलित करने की आवश्यकता है।

शिक्षक इस बात का संकेत दे सकते हैं कि वृक्ष आरेख बनाने के लिए वे किस तरह के सवालों से शुरू कर सकते हैं। जैसे कि 'क्या आकृति के कोण समान हैं?', 'क्या आकृति में समान्तर रेखाओं का कोई युग्म है?'

समूह गतिविधि 9

उद्देश्य : आकृति का अनुमान लगाना

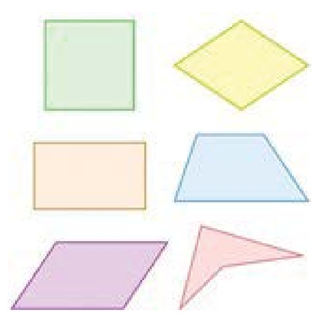
सामग्री : विभिन्न चतुर्भुजीय आकृतियाँ

एक समूह किसी एक आकृति का चयन करे। दूसरे समूह को प्रश्न पूछकर उनके आधार पर आकृति का पता लगाना होगा।

अन्य समूहों को ऐसे प्रश्न पूछने की अनुमति है, जिनके लिए केवल हाँ/न के उत्तर की आवश्यकता होगी।

उदाहरण के लिए : 'क्या सम्मुख भुजाओं के दोनों युग्म समान्तर हैं?' 'क्या आकृति के सभी कोण समान हैं?' 'क्या कोई कोण 180 अंश से बड़ा है?'

जो समूह आकृति की पहचान करने के लिए न्यूनतम प्रश्न पूछता है, वह जीत जाता है।



चित्र-11

समूह गतिविधि 10

उद्देश्य : चतुर्भुजों के गुणधर्मों का उनके नामों के साथ मिलान करना

सामग्री : गुणधर्मों का वर्णन करने वाले कार्ड और सम्बन्धित नाम कार्ड

उदाहरण : गुणधर्मों को इस प्रकार लिखा जा सकता है :

इस आकृति में समान्तर भुजाओं के दो युग्म हैं।

इस आकृति में चार समकोण हैं।

इस आकृति में प्रत्येक भुजा की लम्बाई समान है।

यह अनियमित आकृति है।

इस आकृति में दो सममित रेखाएँ हैं।

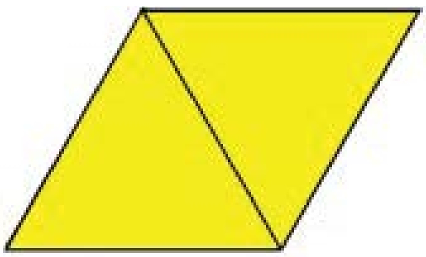
यह आकृति एक समान्तर चतुर्भुज है, जिसमें समकोण है।

समूह गतिविधि 11

उद्देश्य : त्रिभुजों से चतुर्भुजों का निर्माण करना

सामग्री : समबाहु त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज (न्यून कोण त्रिभुज, अधिक कोण त्रिभुज, समकोण त्रिभुज) और समकोण त्रिभुज (समद्विबाहु, विषमबाहु)

बच्चों को अलग-अलग प्रकार के त्रिभुजों का उपयोग करके विभिन्न चतुर्भुज बनाने की कोशिश करने के लिए कहें।



चित्र-12

क्या आप समबाहु त्रिभुजों का उपयोग करके एक आयत बना सकते हैं? चार एक समान समद्विबाहु त्रिभुजों का उपयोग करके? एक समान समद्विबाहु त्रिभुजों के दो युग्मों का उपयोग करके? समकोण त्रिभुजों का प्रयोग करके?

क्या आप दो समद्विबाहु त्रिभुजों से एक समचतुर्भुज का निर्माण कर सकते हैं? दो एक समान समबाहु त्रिभुजों से?

क्या आप दो समबाहु त्रिभुजों से एक वर्ग बना सकते हैं? क्यों नहीं?

क्या आप समान तरीक़े से कोई अन्य चतुर्भुज बना सकते हैं?

समूह गतिविधि 12

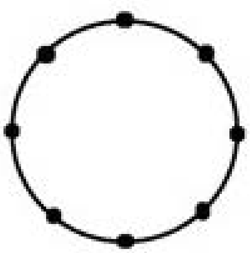
उद्देश्य : एक वृत्त पर विभिन्न चतुर्भुज बनाना

सामग्री : कम्पास

बच्चों को समान दूरी पर स्थित 8 बिन्दुओं वाले एक बड़े वृत्त का निर्माण करने के लिए कहें।

वृत्त पर बने इन बिन्दुओं को आपस में जोड़कर अलग-अलग आकृतियों वाले कितने चतुर्भुज बनाए जा सकते हैं?

प्रत्येक समूह अन्य समूहों के साथ अपने काम को साझा कर सकता है और पूरी कक्षा मिलकर अलग-अलग आकृति के सम्भावित चतुर्भुजों की कुल संख्या का पता लगा सकती है।



चित्र-13

समूह गतिविधि 13

उद्देश्य : उचित कारण बताना सीखना

सामग्री : कथन वाले कार्ड

यहाँ कथनों के कुछ नमूने दिए गए हैं :

चतुर्भुज हमेशा आयत होंगे।

एक समचतुर्भुज कभी-कभी एक समलम्ब चतुर्भुज हो सकता है।

समलम्ब चतुर्भुज एक समान्तर चतुर्भुज होता है।

एक समबाहु समान्तर चतुर्भुज समकोणिक होता है।

किसी भी चतुर्भुज में 3 सममित रेखाएँ नहीं होती हैं।

शिक्षक इन कार्डों को अलग-अलग समूहों में वितरित करें। प्रत्येक समूह को यह बताना होगा कि क्या यह कथन सही है, कभी-कभी सही है या ग़लत है।

सबसे महत्त्वपूर्ण बात—उन्हें अपने उत्तर के लिए उचित कारण बताना आना चाहिए।

समूह गतिविधि 14

उद्देश्य : चित्र के प्रतीकों को लिखने और समझने का अभ्यास करना

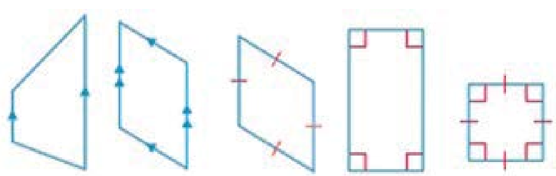
सामग्री : उपयुक्त रूप से चिह्नित सभी प्रकार के चतुर्भुज

बच्चों को वाक्यों के रूप में जानकारी दर्ज करने के लिए कहें। इसके कुछ नमूने यहाँ दिए गए हैं :

एक समलम्ब चतुर्भुज में समान्तर भुजाओं के ...... युग्म, समान भुजाओं के ..... युग्म और ...... समकोण होते हैं।

एक समान्तर चतुर्भुज में समान्तर भुजाओं के ..... युग्म, ... समान भुजाएँ और सर्वांगसम कोणों के ...... युग्म होते हैं।

यदि भुजाएँ बराबर हैं और कोण ...... नहीं हैं तो यह आकृति एक .... है।



चित्र-14

वर्ग या आयत जैसे उत्तल चतुर्भुज में दोनों विकर्ण .... होते हैं।

समूह गतिविधि 15

उद्देश्य : प्रश्नोत्तरी

सामग्री : सवालों वाले कार्ड

यहाँ कुछ प्रश्न नमूने के तौर पर दिए गए हैं :

एक आयत कब एक समचतुर्भुज नहीं होता है?

क्या कोई आकृति एक ही समय में वर्ग, आयत और समान्तर चतुर्भुज हो सकती है? क्यों?

चार भुजाओं वाली एक आकृति के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। यह कौन-सी आकृति हो सकती है?

जब एक चतुर्भुज की सभी भुजाएँ भिन्न होती हैं, तो क्या सभी कोण भी हमेशा अलग-अलग होते हैं?

"एक ऐसा चतुर्भुज जिसके दो कोण समकोण हों, हमेशा एक समलम्ब चतुर्भुज होता है।" क्या ऐसा है?

क्या चतुर्भुज में तीन अधिक कोण हो सकते हैं? क्या इसमें चार न्यून कोण हो सकते हैं?

यदि चतुर्भुज में दो समकोण हों, तो अन्य दो कोण क्या हो सकते हैं?

आयत और समचतुर्भुज में क्या समानताएँ हैं? क्या अन्तर हैं?

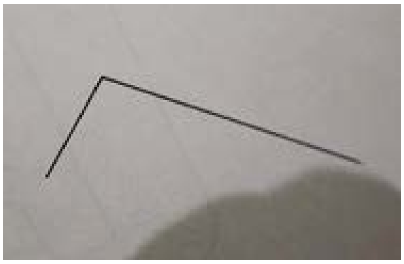
प्रत्येक समूह को एक कार्ड लेना होगा, आपस में सवाल पर चर्चा करनी होगी और कक्षा में अपना उत्तर प्रस्तुत करना होगा।

समूह गतिविधि 16

उद्देश्य : विज़ुअलाइज़ेशन को पुख़्ता करना

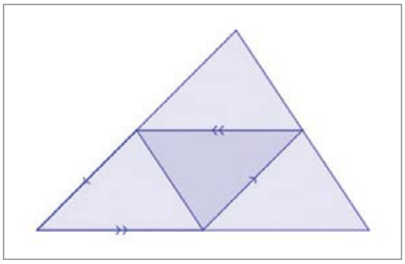
ऐसे सवाल पूछें जिनमें विज़ुअलाइज़ेशन करने की आवश्यकता हो

उदाहरण– इस आकृति को पतंग बनाने के लिए दो रेखाएँ और खींचें।



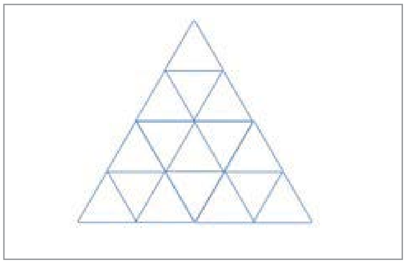
चित्र-15

इस आकृति में आपको कितने समान्तर चतुर्भुज दिखाई देते हैं?



चित्र-16

इस आकृति में आपको कितने समद्विबाहु समलम्ब चतुर्भुज दिखाई देते हैं?



चित्र-17

समूह गतिविधि 17

उद्देश्य : चतुर्भुजों के साथ खेलना

सामग्री : टैनग्राम

बच्चे टैनग्राम आकृतियों का उपयोग करके विभिन्न चतुर्भुज बनाने की कोशिश कर सकते हैं। शिक्षक उनसे कुछ सवाल पूछ सकते हैं। जैसे कि,

क्या आप वर्ग बनाने के लिए दो टैनग्राम टुकड़ों का उपयोग कर सकते हैं?

क्या आप समलम्ब चतुर्भुज बनाने के लिए दो टैनग्राम टुकड़ों का उपयोग कर सकते हैं?

क्या आप आयत बनाने के लिए तीन टैनग्राम टुकड़ों का उपयोग कर सकते हैं?

क्या आप वर्ग बनाने के लिए तीन टैनग्राम टुकड़ों का उपयोग कर सकते हैं?

क्या आप समान्तर चतुर्भुज बनाने के लिए तीन टैनग्राम टुकड़ों का उपयोग कर सकते हैं?

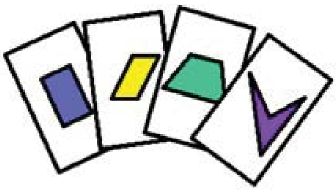
क्या आप वर्ग बनाने के लिए चार टैनग्राम टुकड़ों का उपयोग कर सकते हैं? क्या ऐसा करने के एक से अधिक तरीक़े हैं?

इसी तरह के कई अन्य संयोजन आज़माए जा सकते हैं ।

समूह गतिविधि 18

उद्देश्य : चतुर्भुज खेल कार्ड

सामग्री : आकृतियों, उनके नामों और प्रत्येक आकृति के गुणधर्मों वाले दो कार्डों के सेट



चित्र-18

सुदृढ़ीकरण अभ्यास के रूप में बच्चे चतुर्भुजों के नाम, चतुर्भुज की आकृतियों और आकृतियों के गुणधर्मों वाले कार्डों से ताश के कार्डों (playing cards) जैसा एक सेट बना सकते हैं।

वह व्यक्ति विजेता होगा जो सबसे पहले आकृति कार्ड, उसके नाम कार्ड और उस आकृति के गुणधर्मों वाले दो कार्डों को एक साथ रखेगा।

स्रोत: https://nrich.maths.org/2924

समूह गतिविधि 19

उद्देश्य : चतुर्भुजों से टाइलिंग पैटर्न।

सामग्री : प्रत्येक आकृति के कई (12 से 15) सेट

बच्चे इस बात की पड़ताल कर सकते हैं कि टाइलिंग पैटर्न बनाने के लिए चतुर्भुजों का उपयोग कैसे किया जाता है।

जब बच्चे गतिविधि कर रहे हों, उस दौरान शिक्षक प्रश्न पूछ सकते हैं।

टाइलिंग पैटर्न में टाइल्स को पैटर्न के प्रत्येक शीर्ष पर बिल्कुल एक साथ फिट होना चाहिए।

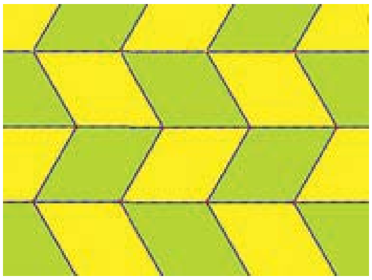
क्या बच्चे यह देख पाते हैं कि प्रत्येक शीर्ष पर बने कोणों का योग 360 अंश होना चाहिए?

क्या एक समान चार वर्ग एक से अधिक तरीक़ों से एक साथ फिट हो सकते हैं? चार वर्ग एक साथ क्यों फिट होते हैं?

क्या अलग-अलग माप के चार वर्ग एक साथ फिट हो सकते हैं?

एक समान चार आयत कितने तरीक़ों से एक साथ फिट हो सकते हैं? आप शीर्ष पर बने कोणों के बारे में क्या कह सकते हैं?

क्या एक समान चार समचतुर्भुज एक साथ फिट हो सकते हैं? आप शीर्ष पर बने कोणों के बारे में क्या देखते हैं?



चित्र-19

इसी तरह बच्चे पतंग, समान्तर चतुर्भुजों, समद्विबाहु समलम्ब चतुर्भुजों, समलम्ब चतुर्भुजों, अवतल चतुर्भुजों और विषम चतुर्भुजों (irregular quadrilateral) की पड़ताल कर सकते हैं।

उन्हें दो प्रकार की आकृतियों को संयोजित करने और ऐसा करने की सम्भावनाओं की पड़ताल करने के लिए कहें।

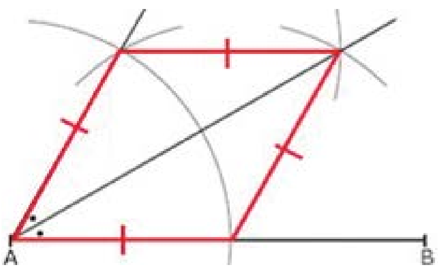
क्या दो वर्ग और दो समचतुर्भुज एक बिन्दु के आस-पास एक साथ फिट हो सकते हैं? यह कब सम्भव है?

क्या कोई ऐसे संयोजन हैं जो सम्भव नहीं हैं?

समूह गतिविधि 20

उद्देश्य : चतुर्भुज की रचना करना

सामग्री : कम्पास, चाँदा और स्केल



चित्र-20

बच्चों से पूछें, 'एक चतुर्भुज से कितने भागों की जानकारी मिल सकती है?' चार भुजाएँ, चार कोण और दो विकर्ण।

चर्चा के लिए बिन्दु

वर्ग बनाने के लिए हमें किन जानकारियों की आवश्यकता होती है? यदि आपको विकर्ण की लम्बाई पता हो, तो क्या वर्ग की रचना करना सम्भव होगा?

आयत बनाने के लिए हमें किन जानकारियों की आवश्यकता होती है? क्या कोई अन्य जानकारी आयत बनाने में मदद करेगी?

क्या समचतुर्भुज की रचना के लिए केवल उसकी भुजा की लम्बाई जानना पर्याप्त होगा? और क्या चाहिए? क्या इसका कोई और तरीक़ा है?

बच्चों को अन्य आकृतियाँ बनाने के लिए आवश्यक जानकारियों की पड़ताल करने के लिए कहें।

एक सामान्य चतुर्भुज की रचना के लिए लगभग पाँच भागों की जानकारी आवश्यक होती है। उदाहरण के लिए, यह जानकारी इस तरह हो सकती है : चार भुजाएँ और एक विकर्ण, तीन भुजाएँ और दो विकर्ण, तीन भुजाएँ और उनके बीच बने दो कोण, दो आसन्न भुजाएँ और तीन कोण इत्यादि।

बच्चों को कुछ शर्तों को पूरा करने वाले विभिन्न चतुर्भुजों की रचना करने के लिए कहें। रचना की विधियों पर बच्चों के साथ विचार-विमर्श किया जा सकता है और उन्हें बोर्ड पर दर्शाया जा सकता है।



पद्मप्रिया शिराली

पद्मप्रिया शिराली, सह्याद्रि स्कूल (पुणे) और ऋषि वैली (आन्ध्रप्रदेश) में स्थित कम्युनिटी मैथ सेंटर में 1983 से काम कर रही हैं। यहाँ वह विभिन्न विषय पढ़ाती हैं, जैसे कि गणित, कम्प्यूटर अनुप्रयोग, भूगोल, अर्थशास्त्र, पर्यावरण अध्ययन और तेलुगू। पिछले कुछ वर्षों से वह शिक्षक-शिक्षा आउटरीच कार्य में संलग्न हैं। वर्तमान में वह पाठ्यचर्या सुधार और प्राथमिक स्तर की गणित की पाठ्यपुस्तकों पर एससीईआरटी (आन्ध्रप्रदेश) के साथ काम कर रही हैं। 1990 के दशक में उन्होंने चेन्नई के प्रसिद्ध गणित-शिक्षक स्वर्गीय श्री पी. के. श्रीनिवासन के साथ मिलकर काम किया। वह उस टीम का हिस्सा थीं जिसने ऋषि वैली रूरल सेंटर के मल्टीग्रेड एलिमेंट्री लर्निंग प्रोग्राम को बनाया था। इसे 'स्कूल इन ए बॉक्स' के नाम से भी जाना जाता है। पद्मप्रिया से padmapriya.shirali@gmail.com पर सम्पर्क किया जा सकता है।

यह अज़ीम प्रेमजी विश्वविद्यालय तथा कम्युनिटी मैथिमैटिक्स सेंटर, ऋषि वैली की संयुक्त पत्रिका Azim Premji University's At Right Angles (a resource for school mathematics) नवम्बर, 2020 में प्रकाशित Quadrilaterals का हिन्दी अनुवाद है।

अनुवाद : निदेश सोनी

पुनरीक्षण एवं **कॉपी एडीटिंग :** कविता तिवारी **सम्पादन :** राजेश उत्साही